المحاضرة الرابعة — 2020/10/22

13

تعاد عملية

ليكن a عددا طبيعيا غير منعدم والواحد

وليكن A = Z إذا العلاقة الثانية R المعرفة بالشكل

aRb ⟺ ∃ k ∈ Z : a - b = nk

إذا R التكافؤ تناظرية وتناظرية وليست تكافؤية

(وطيفة) n = 5 ، n = 6

مثال توظيفية

A = R

xRy ⟺ sin²x + cos²x = 1

ادرس خصائص هذه العلاقة

الحل

1- R التكافؤ ؟

ليكن x ∈ R

sin²x + cos²x = 1

xRx

2- R تناظرية ؟

xRy ⟹ sin²x + cos²y = 1

⟹ 1 - cos²x = 1 - sin²y

Farah

14

⟹ sin²y + cos²x = 1

⟹ yRx

3- R متعدية ؟

xRy ∧ yRz ⟹ { sin²x + cos²y = 1 ; sin²y + cos²z = 1 }

sin²x + cos²y + sin²y + cos²z = 2

1 + 1

sin²x + cos²z = 1

xRz

4- R تكافؤية ؟

xRy ∧ yRx ⟹ { sin²x + cos²y = 1 ; sin²y + cos²x = 1 }

خارج العلاقة

Farah

15

sin²x + cos²y = sin²y + cos²x

cos 2x = cos 2y

يمكن استنتاج x = y + kπ أو x = -y + kπ

مثال عكسي

نفرض x = π ، y = 2π

cos 2(π) = cos 2π

بما أن

πRπ ∧ πR2π

2π ≠ π

العلاقة ليست تكافؤية

مثال

A = Z والعرض العلاقة الثانية R كما يلي

aRb ⟺ |a - b| زوجي

1- انعكاسية ؟ aRa ... |a - a| = 0 زوجي

العلاقة انعكاسية

2- تناظرية ؟ aRb ⟹ bRa ؟

aRb ⟹ |a - b|

Farah

16

|b - a| = |-(a - b)|

= |a - b| زوجي

|b - a| زوجي إذا

bRa العلاقة تناظرية

3- تكافؤية ؟

aRb ∧ bRa ⟹ { |a - b| زوجي ; |b - a| زوجي }

aRb	bRc
|a - b| زوجي	|b - c| زوجي
a - b = 2k₁ ①	b - c = 2k₂ ②
k₁ ∈ N	k₂ ∈ N

4- متعدية ؟ R

Farah

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

بالجمع ① و ②

$$a - b + b - c = \mp 2(n_1 + n_2)$$

$$a - c = \mp 2\underbrace{(n_1 + n_2)}_{n_3}$$

إذاً

$|a - c|$ زوجي

وبالتالي aRc العلاقة متعدية

وظائف

1 $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 8\}$

$aRb \Leftrightarrow g.c.d(a.b) = 1$

ثابت

$A = N$

2 $aRb \Leftrightarrow a = 5$ $A = Z$

3 $A = Z$

$aRb \Leftrightarrow |a - b| = 3$ مضاعف للعدد

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner